

22<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique

Lyon, 24 au 28 Août 2015

# Résonances non locales en turbulence faible d'ondes gravito-capillaires

Q. Aubourg<sup>a</sup>, N. Mordant<sup>b</sup>

a. Université Grenoble Alpes, LEGI, CNRS F-38000 Grenoble, France.  
quentin.aubourg@legi.grenoble-inp.fr

b. Université Grenoble Alpes, LEGI, CNRS F-38000 Grenoble, France. Institut  
Universitaire de France, 103, bd Saint Michel, F-75005 Paris, France.  
nicolas.mordant@ujf-grenoble.fr

## Résumé :

*Nous présentons des travaux expérimentaux sur la turbulence d'ondes à la surface de l'eau pour des fréquences voisines de la transition capillarité/gravité. En utilisant une technique de profilométrie 2D résolue en temps et en espace couplée à une analyse en bicohérence, nous étudions les interactions résonantes qui sont responsables du transfert d'énergie entre ondes. Nous observons que le transfert opère grâce à un couplage non local entre ondes de capillarité et de gravité.*

## Abstract :

*We report a laboratory investigation of weak turbulence of water surface waves in the gravity-capillary crossover. By using time-space resolved profilometry and a bicoherence analysis, we study the 3-wave resonant interactions that are responsible for energy transfer among waves. We show that the energy transfer occurs through non local coupling between capillary and gravity waves.*

## Mots clefs : Ondes de gravité-capillarité, turbulence d'ondes, turbulence faible, couplage résonant

Un grand nombre d'ondes non linéaire peuvent échanger entre elles de l'énergie et développer un état turbulent. Les propriétés statistiques d'une telle turbulence d'onde ont été décrites théoriquement pour une faible non linéarité dans la cadre de la théorie de la turbulence faible. Dans cette théorie, seules des ondes résonantes peuvent échanger des quantités significatives d'énergie sur des temps longs à cause du faible couplage entre ondes. La phénoménologie prédite pour des états statistiquement stationnaires ressemble à celle de la turbulence hydrodynamique : l'énergie est injectée à grande échelle et cascade vers les petites échelles auxquelles la dissipation domine et absorbe l'énergie en chaleur. Une différence majeure avec la turbulence fluide est que des prédictions

analytiques pour les spectres stationnaires (et d'autres quantités statistiques) peuvent être obtenues pour la turbulence faible [1, 2, 3]. Le cas des ondes à la surface de l'océan fait partie des systèmes physiques pionniers qui ont conduit au développement de la théorie [4]. La théorie a ensuite été appliquée à de nombreux autres systèmes d'ondes (dans les plasmas [1], les vents solaires [6], l'optique non linéaire [5], la turbulence superfluide [7], les plaques élastiques minces vibrées [8],...).

Les expériences de laboratoires ne reproduisent pas les prédictions théoriques dans la plupart des cas, notamment pour les ondes de gravité à la surface de l'eau. Que ce soit dans des cuves de grande ou de petite taille, les exposants spectraux pour les ondes de gravité varient avec l'amplitude de forçage et ne sont voisins des prédictions de la turbulence faible qu'à grand forçage ce qui contredit l'hypothèse de faible non linéarité [9, 10]. Des travaux récents sur les ondes de surface et les plaques vibrées suggèrent qu'une dissipation à large bande spectrale est très probablement responsable de ces observations [11, 12, 13]. Une autre expérience suggère que plusieurs régimes de turbulence d'ondes de surface pourraient exister selon l'intensité et la fréquence du forçage [14]. Lors de notre présentation, nous présenterons une analyse statistique d'ordre élevé qui teste directement les interactions non linéaires entre les ondes. Les longueurs d'ondes accessibles correspondent aux ondes capillaires et à la transition gravité-capillarité.

Le dispositif expérimental est une cuve rectangulaire de taille  $70 \times 40 \text{ cm}^2$  et remplie d'eau à une profondeur  $h_0 = 5 \text{ cm}$ . Des ondes de surface sont excitées par des oscillations horizontales du récipient à des fréquences voisines de 1 Hz. Le profil de la surface est mesuré par une technique de profilométrie à transformée de Fourier qui permet une caractérisation complète des ondes [17]. De manière analogue à Prasad *et al.* [18], nous utilisons des particules d'oxyde de titane (Kronos 1001) qui ne modifient pas la tension de surface en comparaison de l'eau pure et donc n'induisent pas de dissipation à la surface. Grâce à ce pigment, il est possible de projeter un motif à la surface de l'eau par un vidéoprojecteur. En présence de vagues, la déformation du motif peut être inversée pour remonter à la déformation de la surface [16].

Dans la figure 1, on affiche le spectre de Fourier spatio-temporel  $E^v(k, \omega)$  de la vitesse  $v = \frac{\partial \eta}{\partial t}$  où  $\eta(x, y, t)$  est l'altitude de la surface de l'eau. On calcule tout d'abord

$$E^v(\mathbf{k}, \omega) = \langle |v(\mathbf{k}, \omega)|^2 \rangle \quad (1)$$

où  $v(\mathbf{k}, \omega)$  est la transformée de Fourier en temps et en espace de la vitesse. La transformée de Fourier en temps est calculée sur une fenêtre de temps de 16 s. La moyenne  $\langle \dots \rangle$  est une moyenne sur un grand nombre de telles fenêtres de temps.  $E^v(\mathbf{k}, \omega)$  est alors intégré sur les directions du vecteur d'onde 2D  $\mathbf{k}$  pour fournir une image à 2 paramètres de  $E^v(k, \omega)$ . On observe que l'énergie est concentrée autour de la relation de dispersion des ondes gravito-capillaires  $\omega = \left(gk + \frac{\gamma}{\rho}k^3\right)^{1/2}$  avec  $k = |\mathbf{k}|$ . L'isotropie du spectre  $E^v(\mathbf{k}, \omega)$  peut être visualisée dans l'insert de la figure 1(a) pour une fréquence de 10 Hz. L'énergie est distribuée de façon relativement isotrope selon toutes les directions. La concentration d'énergie autour de la relation de disper-

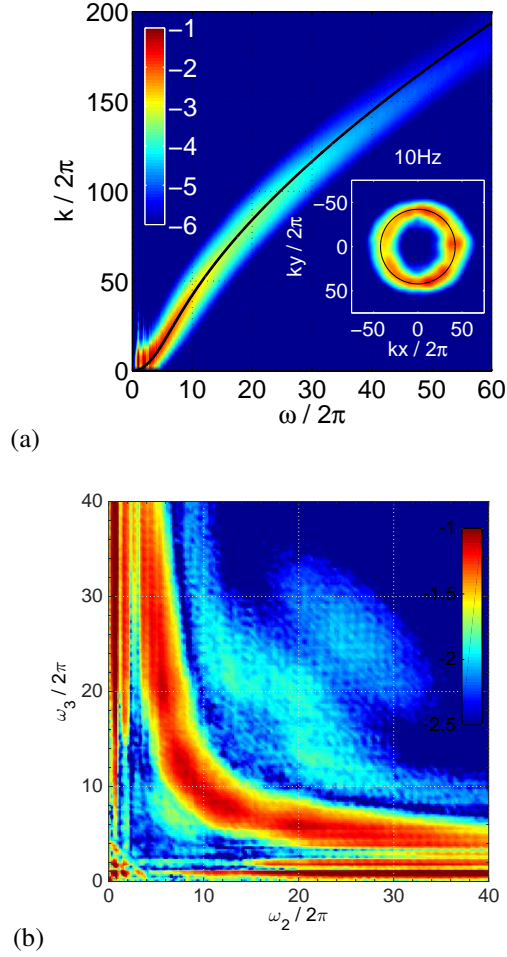


FIGURE 1 – (a) Spectre de Fourier spatio-temporel du champ de vitesse verticale des vagues :  $E^v(k, \omega)$  (voir le texte pour la définition). L'échelle de couleur est codée en  $\log_{10}$ . La ligne continue noire est la relation de dispersion linéaire théorique pour l'eau pure  $\omega^2 = gk + \frac{\gamma}{\rho}k^3$  avec  $\gamma = 72$  mN/m. L'énergie est localisée sur la relation de dispersion et peut être observée jusqu'à des fréquences supérieures à 60 Hz. La transition entre ondes de gravité et ondes capillaires a lieu à  $k_c = \sqrt{\rho g / \gamma} = 120\pi$  ce qui correspond à une longueur d'onde de 1.7 cm et une fréquence de 13 Hz. Insert :  $E(k, \omega)$  à  $\omega/2\pi = 10$  Hz. La distribution de l'énergie est assez isotrope. Le cercle noir correspond à la relation de dispersion linéaire. (b) Bicoherence  $B(\omega_2, \omega_3) = C(\omega_2 + \omega_3, \omega_2, \omega_3)$ . L'échelle de couleur correspond à  $\log_{10} B$ .

sion est due à un élargissement spectral non linéaire prédit par la théorie de turbulence faible. On remarquera qu'aucune branche secondaire n'est observée contrairement aux

observations de [19]. Notre régime de turbulence correspond au second régime décrit dans [14] aux forçages faibles des ondes. La pente de nos ondes est très faible :

$\sigma = \left\langle \sqrt{\frac{1}{S} \int_S \|\nabla h(x, y, t)\|^2 dx dy} \right\rangle = 0.025$  et donc notre régime d'onde est réellement faiblement non linéaire.

Pour étudier le couplage non linéaire à trois ondes, nous calculons les corrélations à trois ondes du champ de vitesse. A partir de  $v(x, y, t)$ , nous calculons la transformée de Fourier en temps sur une fenêtre de 4 s de manière à obtenir  $v(x, y, \omega)$ . Les corrélations sont alors calculées de la manière suivante :

$$C(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{|\langle v^*(x, y, \omega_1) v(x, y, \omega_2) v(x, y, \omega_3) \rangle|}{[E^v(\omega_1) E^v(\omega_2) E^v(\omega_3)]^{1/2}} \quad (2)$$

où  $*$  est la conjugaison complexe et  $E^v(\omega) = \langle |v(x, y, \omega)|^2 \rangle$  est le spectre fréquentiel. La bicohérence  $B(\omega_2, \omega_3) = C(\omega_2 + \omega_3, \omega_2, \omega_3)$  (corrélation sur la ligne résonnante  $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ ) est affichée sur la figure 1(b). Lors de notre présentation, nous détaillons notre compréhension de la structure de cette image de bicohérence en termes de couplage non local entre ondes de gravité et ondes capillaires [20].

## Références

- [1] V. E. Zakharov, V. S. L'vov and G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence*, Springer, Berlin, 1992.
- [2] S. Nazarenko, *Wave Turbulence*, Springer, Berlin, 2011.
- [3] A. C. Newell and B. Rumpf, *Wave turbulence*, Ann. Rev. Fluid Mech., 2011.
- [4] K. Hasselmann, *On the non-linear energy transfer in gravity-wave spectrum. Part 1. General theory*, J. Fluid Mech. 12, 1962.
- [5] S. Dyachenko, A. C. Newell, A. Pushkarev and V. E. Zakharov, *Optical turbulence ? Weak turbulence, condensate and collapsing filaments in the nonlinear Schrödinger equation*, Physica D 57, 1992.
- [6] S. Galtier and E. Buchlin, *Multi-Scale Hall-MHD Turbulence in the Solar Wind*, Astrophys. J. 656, 2007.
- [7] L. Boué, R. Dasgupta, J. Laurie, V. L'vov, S. Nazarenko and I. Procaccia, *Exact solution for the energy spectrum of Kelvin-wave turbulence in superfluids*, Phys. Rev. B 84, 2011.
- [8] G. Düring, C. Josserand and S. Rica, *Weak turbulence for a vibrating plate : can one hear a Kolmogorov spectrum ?*, Phys. Rev. Lett. 97, 2006.
- [9] S. Nazarenko, S. Lukashuk, S. McLelland and P. Denissenko, *Statistics of surface gravity wave turbulence in the space and time domains*, J. Fluid Mech. 642, 2009.

- [10] E. Falcon, C. Laroche and S. Fauve, *Observation of gravity-capillary wave turbulence*, Phys. Rev. Lett. 98, 2007.
- [11] T. Humbert, O. Cadot, G. Düring, C. Josserand, S. Rica and C. Touzé, *Wave turbulence in vibrating plates : the effect of damping*, EPL 102, 2013.
- [12] B. Miquel, A. Alexakis and N. Mordant, *Role of dissipation in flexural wave turbulence : from experimental spectrum to Kolmogorov-Zakharov spectrum*, Phys. Rev. E 89, 2014.
- [13] L. Deike, M. Berhanu and E. Falcon, *Energy flux measurement from the dissipated energy in capillary wave turbulence*, Phys. Rev. E 89, 2014.
- [14] P. Cobelli, A. Prasadka, P. Petitjeans, G. Lagubeau, V. Pagneux and A. Maurel, *Different Regimes for Water Wave Turbulence*, Phys. Rev. Lett. 107, 2011.
- [15] A. Prasadka, *Mesures spatio-temporelles d'ondes à la surface de l'eau : retournement temporel et turbulence d'onde*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2012.
- [16] A. Maurel, P. Cobelli, V. Pagneux and P. Petitjeans, *Experimental and theoretical inspection of the phase-to-height relation in Fourier transform profilometry*, Appl. Optics 48, 2009.
- [17] P. J. Cobelli, A. Maurel, V. Pagneux and P. Petitjeans, *Global measurement of water waves by Fourier transform profilometry*, Exp. Fluids 46, 2009.
- [18] A. Prasadka, B. Cabane, V. Pagneux, A. Maurel and P. Petitjeans, *Fourier transform profilometry for water waves : how to achieve clean water attenuation with diffusive reflection at the water surface ?*, Exp. Fluids 52, 2012.
- [19] E. Herbert, N. Mordant and E. Falcon, *Observation of nonlinear dispersion relation and spatial statistics of wave turbulence on the surface of a fluid*, Phys. Rev. Lett. 105, 2010.
- [20] Q. Aubourg and N. Mordant, *Nonlocal Resonances in Weak Turbulence of Gravity-Capillary Waves*, Phys. Rev. Lett. 114, 2015.